Université Chouaib Doukkali
Faculté Polydisciplinaire Sidi Bennour
Pr. Mohamed El Omari

Licence Professionnelle I.M.A
Semestre 2 - Printemps 2022
Probabilités

TRAVAUX DIRIGÉS

Contents

1 Analyse combinatoire

1.1 *Exercice 1.*

Chacun des quatre boulangers d'un quartier doit choisir un jour hebdomadaire de fermeture qui lui conviendrait.

1. De combien de façons différentes peuvent a priori s'énoncer les choix possibles des quatre boulangers?
2. Certains boulangers ayant choisi le même jour de fermeture, ce qui ne peut être accepté pour le quartier, on leur demande de modifier éventuellement leur choix afin que les quatre jours choisis soient différents.

   Quel est alors a priori le nombre de façons différentes d'énoncer les choix possibles des quatre boulangers?

1.2 *Exercice 2.*

1. Combien de matrices carrées d'ordre 2 peut-on former en utilisant les nombres: 17, -8 et 5 ?
2. Même question si on veut construire des matrices symétriques.

Hint: Les matrices carrées d'ordre 2 sont de la forme: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ avec $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Si $b = c$, les matrices en question deviennent symétriques.

1.3 *Exercice 3.*

Une serrure électronique d'un coffre d'une chambre d'hôtel s'ouvre et se referme en saisissant un code secret sur un clavier numérique sur lequel on doit composer une combinaison alphanumérique codée. Il est composé de 9 touches : 3 lettres A,B,C et 6 chiffres 1,2,3,4,5,6. Le code secret doit comporter une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres.

1. Combien de codes d'entrée différents peut-on former?
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1?
3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1?

2 Calcul des probabilités

2.1 *Exercice 4.*

On jette un dé équilibré dont une face numérotée 1, deux faces numérotées 2 et trois faces numérotées 3.

1. Préciser l'univers Ω de cette expérience.
2. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants: $\mathbf{E}$ = " Obtenir un nombre pair ", $\mathbf{F}$ = " Obtenir un nombre impair ", $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{3\}$.

2.2 *Exercice 5.*

Considérons quatre groupes A, B, C, D d'étudiants. Dans chaque groupe, les proportions d'étudiants ayant fait des études supérieures de sciences économiques sont respectivement 5%, 10%, 25% et 40%. Choisissons au hasard l'une des groupes, puis l'un des étudiants dans ce groupe.

1. Calculer la probabilité pour que l'étudiant choisi ait fait des études supérieures de sciences économiques.
2. Sachant l'étudiant ayant effectué des études supérieures de sciences économiques, calculer la probabilité pour qu'il appartienne au groupe C.

2.3 *Exercice 6.*

On considère un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ tel que $\Omega = \{(a,a);\ (a,b);\ (b,a);\ (b,b)\}$. On suppose que les événements élémentaires sont équiprobables.

1. Calculer la probabilité chacun des événements suivants: $\mathbf{A} = \{(a,b);\ (a,a)\}$, $\mathbf{B} = \{(b,a);\ (a,a)\}$ et $\mathbf{C} = \{(a,b);\ (b,a)\}$.
2. Les événements $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ sont-ils deux à deux indépendants ?
3. Les événements $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B} \cap \mathbf{C}$ sont-ils indépendants ?
4. Les événements $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B} \cup \mathbf{C}$ sont-ils indépendants ?
5. Montrer que (en général) si $\mathbf{A}$ est indépendant de $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ et $\mathbf{B} \cap C$, alors $\mathbf{A}$ est indépendant de $\mathbf{B} \cup \mathbf{C}$.

2.4 *Exercice 7.*

Une télé fabriquée en très grande série peut être défectueuse à cause de deux défauts différents désignés par **A** et **B**, 10% des appareils ont le défaut **A**, 8% ont le défaut **B** et 4% les deux défauts simultanément. Un client achète l'un des appareils produits.

1. Quelle est la probabilité que l'appareil soit sans défaut?
2. Quelle est la probabilité que l'appareil **ne présente que** le défaut **A**?
3. Quelle est la probabilité que l'appareil **ne présente que** le défaut **B**?

2.5 *Exercice 8.*

Un magasin accepte les cartes de crédit American Express ou VISA. 24% de ses clients possèdent une carte American Express, 61% une carte VISA et 11% possèdent les deux.

Quel est la probabilité qu'un client choisi au hasard possède une carte de crédit acceptée par le magasin?

2.6 *Exercice 9.*

Une école propose trois cours de langue : un en espagnol, un en français et un en allemand. Ces cours sont ouverts aux 100 élèves de l'école. Il y a 28 élèves en espagnol, 26 en français et 16 en allemand. Il y a 12 élèves qui suivent l'espagnol et le français, 4 qui suivent l'espagnol et l'allemand et 6 qui étudient le français et l'allemand. De plus, 2 élèves suivent les trois cours.

1. Si un élève est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il suive **exactement** un cours de langue?
2. Si un élève est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il ne fasse partie d'aucun de ces cours?
3. Si deux élèves sont choisis au hasard, quelle est la probabilité qu'au moins un des deux suive un cours de langue?