Université Chouaib Doukkali
Faculté Polydisciplinaire Sidi Bennour
Durée: 2h

Licence Professionnelle M.A.O
Semestre 3 - Automne 2021
Échantillonnage et Estimation

Examen : Session de Rattrapage

Nom et Prénom* : ....

REMARQUES IMPORTANTES

- **Les téléphones portables doivent être éteints.**
- **Aucun document n'est autorisé.**
- **Seules les calculatrices non programmables sont autorisées.**
- **Les exercices sont indépendants. Ils ne sont pas classés par ordre de difficulté.**

Questions de cours: (10pts)

Cocher la (les) bonne(s) réponse(s):

1. **La médiane d'une série statistique est la modalité la plus fréquente.**

   ☐ Oui ☐ Non

2. **L'échantillonnage est l'ensemble des opérations qui permettent de sélectionner de façon organisée les éléments de l'échantillon.**

   ☐ Oui ☐ Non

3. **Un échantillon aléatoire est une suite $(X_1, \cdots, X_n)$ de variables aléatoires indépendantes et de même loi qu'un caractère de la population.**

   ☐ Oui ☐ Non

4. **Soit T un estimateur d'un paramètre θ inconnu, tel que $\mathbb{E}(T) = \theta$.**
   Cet estimateur est-il sans biais ?

   ☐ Oui ☐ Non

5. **Soient T_1 et T_2 deux estimateurs d'un paramètre $\theta > 0$ inconnu, tels que**

$$\mathbb{E}(T_1) = \frac{n\theta}{n+7} \quad , \quad \mathbb{E}(T_2) = \frac{1}{\theta},$$

   où n désigne la taille de l'échantillon.

   ☐ T_1 est sans biais. ☐ T_1 est asymptotiquement sans biais.
   ☐ T_2 est asymptotiquement sans biais.

6. **Soient T_1 et T_2 deux estimateurs sans biais d'un paramètre θ, tels que $\mathbb{V}ar(T_2) = 1 + \mathbb{V}ar(T_1)$.**

   ☐ T_2 est plus efficace que T_1 . ☐ T_1 est plus efficace que T_2 .

* ***Feuille à rendre avec la copie.***

7. **Soit S_X^2 la variance empirique définie par**

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1},$$

où n et $\overline{X}$ désignent respectivement la taille et la moyenne de l'échantillon.

☐ S_X^2 est un estimateur de la variance de la population. ☐ S_X^2 est un estimateur sans biais.
☐ S_X^2 est un estimateur de la moyenne de la population.

8. **Pour estimer une proportion inconnue p d'une population, on utilise**

☐ La moyenne de l'échantillon $\overline{X}$. ☐ La proportion de l'échantillon.
☐ La médiane de l'échantillon.

9. **La droite d'ajustement de Mayer est complètement déterminée par les points extrêmes.**

☐ Oui ☐ Non

10. **La prévision de la valeur y_{t+1} d'une série chronologique par la méthode des moyennes mobiles d'ordre 3 est définie par:**

$$\widehat{y}_{t+1} = \frac{4y_t + 3y_{t-1} + 2y_{t-2} + y_{t-3}}{10}$$

☐ Oui ☐ Non

Exercice 1: (7pts)

On a relevé pour 10 appartements deux caractères qui sont le prix P de vente (en 10^4 MAD) et la surface S (en 10 m^2).

Surface : S	2.8	3.2	3.5	4.8	5	5.2	5.5	6	6.5	8.6
Prix de vente : P	13	15.5	25	25	28	24.5	26.8	32	30	35

1. Préciser la nature des variables étudiés.
2. Représenter graphiquement la série d'observations (s_i, p_i) de la variable couple (S, P).
3. Calculer les moyennes $\overline{s}$ et $\overline{p}$ des séries d'observations s_i, p_i en question.
4. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre S et P, et interpréter le résultat.
5. a) Déterminer l'équation de la droite Δ de régression linéaire de P en fonction de S.
   b) Quel prix peut-on prévoir pour un appartement ayant pour surface 100 m^2

Exercice 2: (3pts)

Un hôpital souhaite estimer le coût moyen d'un patient, sachant que le coût par jour est de 200 MAD. Pour un échantillon aléatoire de 500 patients tirés avec remise, on a observé une durée de séjour moyenne de 5.4 jours avec un écart-type de 3.1 jours.

1. Déterminer la population statistique, les caractères étudiés et leur nature.
2. Proposer un estimateur sans biais pour chacun des paramètres suivants:
   - La durée de séjour moyenne des patients: μ
   - La variance de la population: σ^2
3. Donner un intervalle de confiance pour la durée moyenne de séjour d'un patient, au niveau de confiance de 95%. En déduire un intervalle de confiance pour le coût moyen d'un patient.

   Hint: Le seuil $\alpha = 0.05$ et $z_{1-\alpha/2} = 1.96$.